

**ATILIM ÜNİVERSİTESİ**  
**MATEMATİK BÖLÜMÜ ve ARF MATEMATİK TOPLULUĞU**  
**VIII. MATEMATİK YARIŞMASI ELEME SORULARI**

1. ÇANAKKALE kelimesindeki harfler yer değiştirilerek oluşturulan tüm kelimeler birer kağıda yazılıyor ve bir torbaya konuluyor. Bu torbadan rastgele bir kelime seçiliyor ve bu kelimedeki herhangi iki sesli harfin yan yana olmadığı görülüyor. Seçilen kelimedeki 2 K harfinin arka arkaya olma olasılığı kaçtır?
2. Bir ABCD dikdörtgeninin AB ve AC kenarları üzerinde sırasıyla E ve F noktaları alınıyor. AF ile DE doğruları G noktasında kesişiyor. |AE| = |EB| = 6 birim, |BF| = 8 birim ve |FC| = 1 birim olduğuna göre |CG| kaç birimdir.
3.  $[x]$ ,  $x$  gerçel sayısını aşmayan en büyük tam sayı olmak üzere,

$$\left\lfloor \frac{x}{2} \right\rfloor \left\lfloor \frac{x}{3} \right\rfloor \left\lfloor \frac{x}{4} \right\rfloor = x^2$$

denklemini sağlayan tüm  $x$  tam sayılarını bulunuz.

4.  $a^2 + b^2 + c^2 = 26$ ,  $a + b = 5$  ve  $b + c \geq 7$  koşullarını sağlayan tüm  $a, b, c$  gerçel sayılarını bulunuz.
5. Dik koordinat düzleminde  $P(1, 1)$  noktasından,  $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 1$  çemberine çizilen teğetlerin, çemberi kestiği noktalardan geçen doğrunun denklemini yazınız.
6.  $a$  bir gerçel sayı olmak üzere  $x^8 + ax^4 + 1 = 0$  polinomunun dört gerçel kökü vardır. Bu kökler aritmetik bir dizi oluşturduğuna göre  $a$  kaçtır?
7.  $x_1, x_2, \dots, x_{2017}$  gerçel sayıları

$$x_1^{2016} + x_2^{2016} + \dots + x_{2017}^{2016} = 1 \text{ ve } x_1^{2017} + x_2^{2017} + \dots + x_{2017}^{2017} = -1$$

eşitliklerini sağladığına göre  $x_1 + x_2^2 + \dots + x_{2017}^{2017}$  ifadesinin alabileceği tüm değerleri bulunuz.

8.  $4 \times 4$  boyutlarında bir satranç tahtasının birim kareleri, her  $2 \times 2$ ' lik karede dört farklı renk olacak şekilde kaç farklı biçimde dört renk ile boyanabilir?
9.  $f_n(x)$  polinomu,  $f_0(x) = 1$ ,  $f_1(x) = x$  olmak üzere, tüm  $n$  pozitif tam sayıları için,

$$f_{n+1}(x) = 2xf_n(x) - f_{n-1}(x)$$

eşitliğini sağlamaktadır. Buna göre her  $n$  pozitif tam sayısı için  $f_n(\cos a) = \cos(na)$  olduğunu gösteriniz ve  $f_1(\cos b) + f_3(\cos b) = 0$  denklemini sağlayan  $b$  gerçel sayılarını bulunuz.

10. Çeşitkenar bir  $ABC$  üçgeninde  $[BC]$  ve  $[AC]$  kenarlarının orta noktaları sırasıyla  $D$  ve  $E$  noktalarıdır.  $A$  noktasından  $BC$  doğrusuna indirilen dikme bu doğru ile  $F$  noktasında kesişiyor.  $D$  noktasından  $\widehat{BAC}$  açısının açıortayına indirilen dik ile  $[DF]$  doğru parçasının orta dikmesi  $K$  noktasında kesişiyor. Buna göre,  $D, E, F$  ve  $K$  noktalarının çembersel olduğunu gösteriniz.